

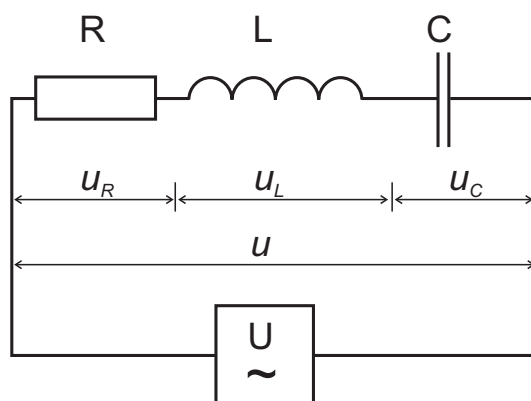
Fázové posuvy střídavých proudů vzhledem k napětí

Zadání

1. Určete fázový posuv φ napětí vzhledem k proudu pro sériový RLC obvod a jeho závislost na frekvenci f . Tuto závislost vyneste do grafu.
2. Určete vlastní indukčnost cívky L a kapacitu kondenzátoru C z fázového posunu napětí proti proudu u sériového RL a RC obvodu při známém odporu rezistoru R .
3. Ze získané závislosti $\varphi(f)$ zjistěte rezonanční frekvenci RLC obvodu a porovnejte s hodnotou získanou dosazením vypočtených L a C do Thomsonova vztahu.

Teoretický rozbor:

Proměřovaný obvod je schématicky znázorněn na obrázku 1. Napájecí napětí je do obvodu dodáváno z generátoru harmonického napětí (grafem harmonických kmitů je v časovém rozvoji sinusovka) s nastavitelnou frekvencí. Osciloskopem budeme pozorovat i měřit časový průběh napětí na jednotlivých částech obvodu.



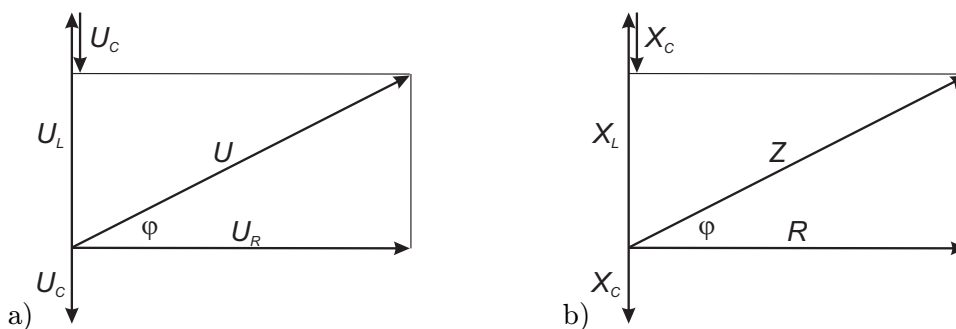
Obrázek 1: Schéma RLC obvodu

Na výstupu generátoru je napětí $u = U \sin(\omega t + \varphi)$ které je funkcí času t . U je amplituda výstupního napětí, $\omega = 2\pi f$ (f je frekvence nastavená na generátoru) se nazývá úhlová frekvence a φ je fázový posuv mezi napětím a proudem generátoru. Průběh proudu je také harmonický a je vyjádřen časovou funkcí $i = I \sin \omega t$. Proud je tvořen pohybujícími se elektrony ve vodiči, a protože nikde v obvodu se náboje nehromadí nebo neubývají, proud rezistorem **R**, cívkou **L** i kondenzátorem **C** je stejný a má i stejnou fázi. Napětí na jednotlivých prvcích má však rozdílnou amplitudu a navíc rozdílný fázový posuv svého časového průběhu. Na rezistoru platí $u_R = U_R \sin \omega t$, na cívkce s indukčností L je $u_L = U_L \sin(\omega t + \pi/2)$ a na kondenzátoru $u_C = U_C \sin(\omega t - \pi/2)$. Pro napěťové amplitudy platí $U_R = I \cdot R$, kde R nazýváme rezistancí (odporem), $U_L = I \cdot X_L$, kde $X_L = \omega L$ nazýváme induktancí a $U_C = I \cdot X_C$, kde $X_C = 1/\omega C$ nazýváme kapacitancí. Ohmův zákon pro sériový obvod se střídavým proudem zapisujeme takto

$$U = Z \cdot I,$$

kde Z je impedance, pro kterou platí

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$



Obrázek 2: Fázové posuvy napětí a skládání reaktancí

Názorněji to ukáží fázové diagramy na obr. 2, ve kterých reaktance $X = X_L - X_C$ má induktivní charakter pro $X_L > X_C$. Při obrácení nerovnosti převažuje kapacitance, potom je však φ záporné.

Protože proud je ve všech prvcích sériového obvodu stejný, je obrázek 2a podobný obr. 2b. Z obrázků vyplývá, že $\cos \varphi = U_R/U$ a $\tan \varphi = X/R$. Jestliže je k rezistoru sériově připojena pouze cívka je

$$\tan \varphi = \omega L/R \quad (1)$$

a tedy $L = (R \tan \varphi)/\omega$. Pro sériové zapojení rezistoru a kondenzátoru s kapacitou C jest

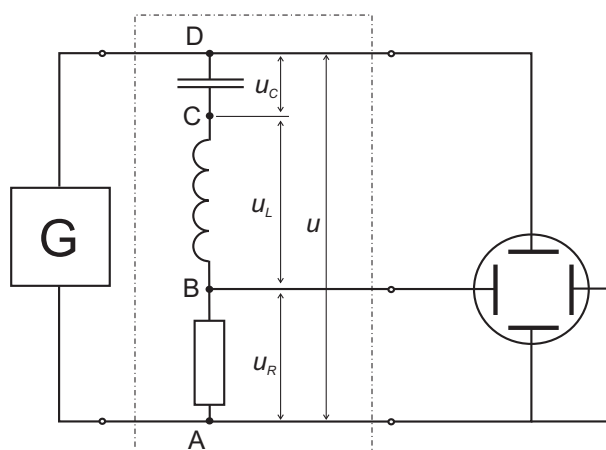
$$\tan \varphi = 1/\omega CR. \quad (2)$$

Tedy když $X_L - X_C = 0$ (a tedy když $\omega L = 1/\omega C$), je napětí $U_X = 0$ a $U = U_R$. Říkáme, že obvod je v **rezonanci** a platí Thomsonův vztah

$$\omega^2 = 1/LC. \quad (3)$$

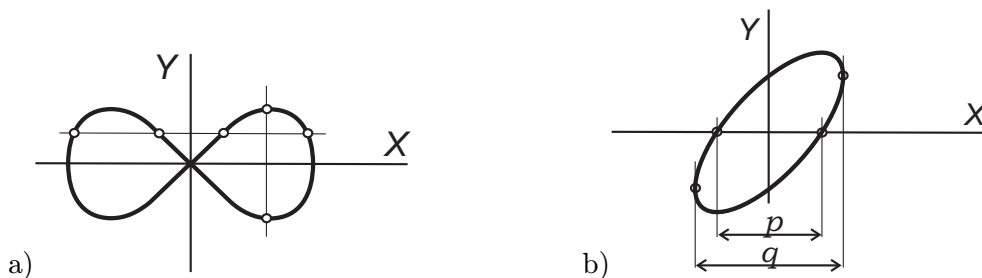
Rady pro splnění zadaných úkolů.

Uzemnění generátoru a obou přívodů k vychylovacímu zařízení osciloskopu musí být provedeno promyšleně tak, aby některé části našeho kmitavého obvodu nebyly překlenuty zkratem. Takovou podmínku splňuje zapojení podle obr 3.



Obrázek 3: Zapojení osciloskopu do obvodu

Poměr frekvencí, přivedených na horizontální vychylování k frekvenci na vertikálním vychylování lze určit z počtu průsečíků Lissajousova obrazce vhodnou vodorovnou a svislou přímkou tak, jak je zřejmé z následujícího obrázku 4. Vhodnými přímkami myslíme takové libovolné přímky, které neprotínají průsečík



Obrázek 4: Lissajousovy křivky a odečítání fázového posuvu z osciloskopu

Lissajousovy křivky. Poměr frekvence horizontálního vychylování f_1 ku frekvenci vertikálního vychlování f_2 na obr. 4a je 4:2.

Obecným tvarem Lissajousova obrazce pro poměr frekvencí $f_1:f_2 = 1:1$ je elipsa na obr. 4b. Tu spatříme při zapojení RLC obvodu podle obr. 3 na obrazovce osciloskopu. Jestliže nastavíme střed elipsy do počátku souřadných os a změříme na souřadné ose x délky úseček p a q podle obrázku, potom platí pro fázový posun proudu vzhledem k napětí vztah

$$|\sin \varphi| = p/q. \quad (4)$$

Jest zřejmé, že v okamžiku rezonance, kdy fázový posuv $\varphi = 0$, jest $p = 0$ a tedy elipsa degeneruje na šikmo položenou úsečku. Jestliže v RLC obvodu překleneme vodičem (tedy zkratujeme) cívku nebo kondenzátor, nemůže ve zbývajícím obvodu dojít k rezonanci. Můžeme však určit úhel φ a ze známé hodnoty R a frekvence generátoru f vypočít indukčnost cívky L , případně kapacitu kondenzátoru C . Z Thomsonova vztahu pak můžeme zkontrolovat hodnotu rezonanční frekvence, jak bylo uvedeno při popisu obr. 2.