
Technické využití rozptylu záření β

Zadání

1. Určete procentuální složení dvoukomponentní slitiny.
2. Určete protonové číslo neznámého prvku.

Teoretický rozbor:

Při průchodu záření β látkou působí mezi letícími částicemi a atomy látky převážně Coulombovy (elektrostatické) síly. Tyto síly způsobují kromě excitací a ionizací atomů též změny směru pohybu letících částic. Dochází k jejich pružnému rozptylu. Jestliže dopadající částice původně tvořily rovnoběžný svazek, po průchodu vrstvou látky přecházejí ve svazek rozbíhavý. Odklony drah jednotlivých částic od původního směru mohou dosahovat často značných hodnot. Jestliže úhly odklonu nebo též úhly rozptylu překračují 90° , nazýváme rozptyl zpětným rozptylem nebo též odrazem záření β i když druhý název nevystihuje pravou fyzikální podstatu jevu. Zpětný rozptyl vykazuje některé významné vlastnosti, kterých si nyní všimneme:

- i. Počet částic odchýlených v určitém směru závisí na úhlu rozptylu. Největší počet částic má odchylku 180° , tedy vrací se zpět. Pouze u obzvlášť lehkých materiálů vzniká v tomto směru minimum.
- ii. Při pevném úhlu rozptylu závisí počet částic odchýlených v tomto směru na tloušťce materiálu jímž částice prošly. S rostoucí tloušťkou rozptylující vrstvy počet odchýlených částic stoupá, až při tloušťce rovné polovině dosahu částic v daném prostředí dosahuje nasycení. Příčinou nasycení je konečný dosah β -částic v látce. Částice rozptýlené ve větší hloubce než je polovina jejich dosahu, se již nemohou vrátit zpět k povrchu a tedy ovlivnit počet částic rozptýlených v daném směru. Prakticky se nasycení dosahuje již při vrstvě rovné dvojnásobku polovrstvy.
- iii. Počet rozptýlených částic v libovolném směru vzrůstá s protonovým číslem rozptylující látky. Je-li počet dopadajících částic v určitém časovém intervalu na povrch rozptylující látky n_0 , pak počet n rozptýlených částic za tutéž dobu závisí na protonovém čísle Z empirickým vztahem

$$n = k n_0 Z^{\frac{2}{3}} \quad (1)$$

Konstanta úměrnosti k je závislá na maximální energii částic a na úhlu rozptylu.

- iv. Maximální energie rozptýlených částic vzrůstá s protonovým číslem rozptylující látky. Tuto závislost vyjadřuje opět empirický vztah

$$E_{\max} = 0,12 Z^{0,38} E_{0\max} \quad (2)$$

kde $E_{0\max}$ je maximální energie dopadajících částic a $E_{\max}$ je maximální energie částic rozptýlených v příslušném směru.

Vlastností zpětného rozptylu β -částic je možno využít k měření některých veličin, jak ukazují následující příklady.

Měření tloušťky tenkých vrstev.

Na podložku o dostatečné tloušťce, tj. o tloušťce větší než je tloušťka potřebná k nasycení, nanášíme různé silné vrstvy sledované látky a měříme počty nazpět rozptýlených částic při jinak zachované geometrii měření. Počet rozptýlených částic s rostoucí tloušťkou nanesené vrstvy vzrůstá, má-li nanesená látka větší protonové číslo než podložka a klesá, má-li protonové číslo nižší než podložka. V obou případech však počet rozptýlených částic konverguje k hodnotě nasycení pro nanášenou látku. Z takto získaných výsledků měření sestavíme závislost počtu n rozptýlených částic na tloušťce vrstvy d , tj. závislost

$$n = n(d). \quad (3)$$

Chceme-li zjistit tloušťku neznámé vrstvy dané látky, stačí pro ni zjistit počet rozptýlených částic a z uvedené závislosti najít její tloušťku.

Určení procentuálního složení dvoukomponentní slitiny.

Jestliže jedna složka slitiny v čistém stavu vede k počtu odražených částic n_1 a druhá složka k počtu n_2 , pak se na počtu n_{12} částic odražených od jejich slitiny podílejí obě složky takovou měrou, která odpovídá jejich procentuálnímu zastoupení ve slitině. Počty n_1, n_2 a n_{12} musí být zjištěny za stejně velké časové intervaly.

Jestliže slitina obsahuje p_1 hmotnostních procent první složky, podílí se tato složka na celkovém počtu n_{12} odražených částic hodnotou

$$\frac{p_1}{100} n_{12}. \quad (4)$$

Druhé složky je ve slitině v tomto případě $(100 - p_1) \%$ a podílí se na výsledném počtu hodnotou

$$\frac{p_2}{100} n_{12} = \frac{100 - p_1}{100} n_{12}. \quad (5)$$

Celkový počet odražených částic n_{12} , který odpovídá slitině, je zřejmě součtem obou uvedených hodnot. Docházíme tak k jednoduché rovnici

$$\frac{p_1}{100} n_{12} + \frac{100 - p_1}{100} n_{12} = n_{12}, \quad (6)$$

která má řešení

$$p_1 = \frac{n_{12} - n_2}{n_1 - n_2} \cdot 100 (\%). \quad (7)$$

Tak získáme procentuální zastoupení první složky ve slitině. Procentuální zastoupení druhé složky ve slitině je

$$p_2 = (100 - p_1) \%.$$

Pro nejistotu procentuálního zastoupení odvodíme výraz

$$\Delta p_1 = \frac{100}{(n_1 - n_2)^2} \sqrt{[(n_{12} - n_2)\Delta n_1]^2 + [(n_{12} - n_1)\Delta n_2]^2 + [(n_1 - n_2)\Delta n_{12}]^2} (\%). \quad (8)$$

Odvodíme-li také vztah pro nejistotu procentuálního zastoupení druhé složky Δp_2 , zjistíme, že je stejná, jako Δp_1 .

Měření protonového čísla neznámého prvku.

Teoretické vysvětlení závislosti počtu rozptýlených β -částic na protonovém čísle zatím není známo. V praxi se proto většinou spokojujeme jen s empirickým vztahem (1) těchto veličin. Ukážeme nyní, jak je k němu možné dospět měřením.

Provedeme sérii měření počtu n nazpět rozptýlených β -částic s pomocí různých vzorků z čistých prvků (o protonových číslech Z) při neměnné geometrii měření. Takto nalezené dvojice n_i a Z_i budou vykazovat určitou závislost. Matematické vyjádření této závislosti je nutno navrhnout a pak měřením ověřit, zda je přijatelné či nikoliv. V našem případě budeme (na základě zkušenosti) považovat závislost za mocninovou. Zapišeme ji ve tvaru

$$n = K Z^a, \quad (9)$$

kde a a K jsou konstanty, které je nutno stanovit z měření. Konstanta K by měla zahrnovat počet dopadajících částic i vliv geometrického uspořádání experimentu. K určení obou konstant užijeme grafického postupu. Pokud závislost (9) logaritmujeme

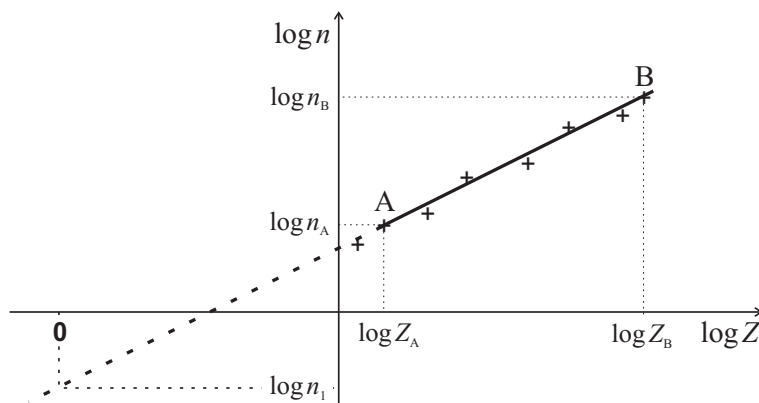
$$\log n = K + a \log Z \quad (10)$$

a provedeme substituci

$$\log n = y, \quad \log Z = x,$$

lze převést závislost (10) na lineární tvar (rovnicí přímky)

$$y = K + a x. \quad (11)$$



Obr. 1: Lineární aproximace závislosti $\log n(\log Z)$

Budeme-li tedy logaritmy naměřených hodnot Z a n zakreslovat do grafu, měly by zobrazené body ležet na přímce (obr.1). Ze statistické povahy radioaktivního rozpadu však vyplývá, že vynášené body se budou od závislosti (11) nahodile odchýlovat. Proložíme-li však jimi přímku, která již představuje jisté vyrovnání měření, získáme tak lineární aproximaci vztahu (11). Na této přímce pak zvolíme dva body A a B a z grafu odečteme jejich souřadnice $[\log Z_A; \log n_A]$ a $[\log Z_B; \log n_B]$. Pomocí nich vypočteme směrnici a přímky (11)

$$a = \frac{\log n_B - \log n_A}{\log Z_B - \log Z_A}. \quad (12)$$

Ta již udává neznámou konstantu a v závislosti (9). Konstantu K ve směrnicovém tvaru rovnice přímky (11) pak určíme dosazením do rovnice (11) pro jeden ze dvou odečtených bodů, tedy např.

$$K = \log n_A - a \log Z_A.$$

Z grafu je patrné, že hodnota K je vázána s extrapolovaným počtem rozptýlených částic n_1 odpovídajícím hodnotě $Z = 1$ ($\log 1 = 0$), vztahem

$$K = \log(n_1). \quad (13)$$

K určení obou konstant a a K lze samozřejmě využít i počítač, který proloží naměřenými body přímkou metodou nejmenších čtverců a poskytne nám její parametry. Jelikož dle vztahu (10) platí

$$\log Z = \frac{\log n - K}{a},$$

lze vypočítat protonové číslo neznámého prvku pomocí parametrů a a K a počtu n částic odražených od jeho vzorku jako

$$Z = 10^{\frac{\log n - K}{a}}. \quad (14)$$

Pokud máme konstanty a a K určeny dostatečně spolehlivě, lze nejistotu ΔZ takto vypočítaného protonového čísla stanovit jen na základě nejistoty Δn odpovídajícího počtu rozptýlených částic

$$\Delta Z = \frac{1}{n a} 10^{\frac{\log n - K}{a}} \Delta n = \frac{Z}{n a} \Delta n. \quad (15)$$

Na závěr ještě řekneme, že uvedeného postupu lze použít opravdu jen tehdy, můžeme-li měřenými body v grafu proložit přímkou, tj. když body budou rovnoměrně rozloženy po obou stranách přímky. Kdyby soustava bodů vykazovala někde systematické odchylky od přímky, svědčilo by to o tom, že soustava měřených bodů se neřídí závislostí typu (9) a bylo by potřeba navrhnout jinou závislost případně užít i jiného postupu zpracování.

O oprávněnosti interpolace příslušné závislosti přímkou můžeme rozhodnout následujícím způsobem: K jednotlivým bodům vyneseme intervaly určené jejich nejistotami. Vezmeme i -té měření. Při něm zjistíme hodnotu n_i . Jí odpovídá interval při 95% úrovni spolehlivosti $< n_i - \Delta n_i; n_i + \Delta n_i >$. Jako jeho hranice musíme k úsečce $\log Z_i$ vynést jako pořadnice dvojici hodnot $\log(n_i - \Delta n_i)$ a $\log(n_i + \Delta n_i)$. Bude-li příмка, odpovídající závislosti (9) protínat všechny tyto intervaly, je její užití oprávněné. Nestane-li se tak, musíme posoudit příčinu odchylek a rozhodnout o vhodnosti jejího použití.

Provedení experimentu

- Při praktickém měření je každý naměřený počet n' rozptýlených částic zvýšený o počet n_p částic, které se nerozptýlily na měřeném vzorku, ale na jiných částech experimentální soustavy či jejího okolí, a také o tzv. radioaktivní pozadí. Radioaktivním pozadím rozumíme např. částice, které nepocházejí z našeho zářiče, a jejich původ je obecně neznámý. Proto je nutné provádět **korekci** na pozadí, tj. opravit každou naměřenou hodnotu odečtením počtu zaregistrovaných impulsů u soustavy bez přítomného vzorku materiálu ($n = n' - n_p$). Jelikož se takto opravují všechny naměřené hodnoty, je vhodné provést měření pozadí vícekrát (nebo jednou za několikanásobně delší časový interval) a vypočítat průměrnou hodnotu $\bar{n}_p$.
- Nejistota Δn_p takto stanoveného počtu $\bar{n}_p$ je pak tím menší, čím vícekrát měření n_p opakujeme.
- Nejistota hodnoty získané jediným měřením (při 95% konfidenční pravděpodobnosti) se vypočítá $\Delta n' = 2\sqrt{n'}$.
- Nejistota korigovaného počtu impulsů n se pak vypočítá z nejistot $\Delta n'$ a Δn_p naměřených hodnot n' a $\bar{n}_p$ jako $\Delta n = \sqrt{\Delta n'^2 + \Delta \bar{n}_p^2} = 2\sqrt{n' + \bar{n}_p/N}$, kde N je počet opakovaných měření pozadí. Takto správně stanovíme nejistotu počtů impulsů ve vztazích (8) a (15).