

Měření momentu setrvačnosti

Úkol

Určete moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose procházející těžištěm. K jeho stanovení využijte výpočet z rozměrů tělesa a z doby kyvu při otáčení kolem zvolené osy. Pro všechny měřené i vypočítané hodnoty stanovte nejistoty.

Pomůcky

Měřidlo délky (pravítko, metr,...), váha, stopky

Úvod

Moment setrvačnosti I je používán při popisu otáčivého pohybu tělesa. Proto se hodnota I vždy váže ke konkrétní ose otáčení. Obecný vztah pro výpočet momentu setrvačnosti vzhledem ke zvolené ose otáčení je v případě homogenního tělesa

$$I = \int_m r^2 dm = \rho \iiint_V r^2 dV,$$

kde r je vzdálenost elementu hmotnosti dm , který lze vyjádřit pomocí hustoty ρ a elementu objemu dV .

Pro symetrická tělesa rotující okolo osy procházející těžištěm jsou integrály analyticky řešitelné. V případě desky rotující okolo osy kolmé k její rovině se navíc zredukuje integrace jenom přes dva rozměry. Např. pro kruhový disk o hmotnosti m a poloměru R lze odvodit moment setrvačnosti ve tvaru

$$I_T = \frac{1}{2} m R^2.$$

V případě obdélníkové desky o rozměrech a a b je výpočet rovněž jednoduchý

$$I_T = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2).$$

Pokud se může těleso otáčet kolem vodorovné osy, která neprochází jeho těžištěm, pak se v rovnováze nachází těžiště vždy pod osou otáčení. Při vychýlení z rovnovážné polohy a následném uvolnění se těleso rozkmitá. Perioda kmitání při malých výchylkách může být vypočítána podle vztahu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_o}{mgL}},$$

kde L je vzdálenost těžiště od osy otáčení, g je tíhové zrychlení a I_o je moment setrvačnosti k ose otáčení. Jeho souvislost s momentem k rovnoběžné ose procházející těžištěm vyjadřuje Steinerova věta $I_o = I_T + mL^2$.

V případě, že osa otáčení prochází těžištěm tělesa, může se takové těleso kývat pouze, když k němu připevníme **přídavné tělísko**, jehož hmotnost m_p a moment setrvačnosti I_p k jeho těžišti známe, do nenulové vzdálenosti L_p od osy otáčení. Moment setrvačnosti obou těles pak bude $I'_T = I_T + I_p + m_p L_p^2$ a perioda kyvu může být vyjádřena jako

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I'_T}{m_p g L_p}}.$$

Podrobné zadání experimentální úlohy

1. Zvolte si vhodné těleso jednoduchého geometrického tvaru.
2. Změřte opakovaně jeho rozměry a hmotnost.
3. Vypočítejte z měřených hodnot moment setrvačnosti.
4. Připravte měření, při kterém se bude těleso moci kývat kolem zvolené osy a změřte dobu kmitu.
5. Vypočítejte moment setrvačnosti z doby kmitu a dalších nezbytných parametrů.
6. Porovnejte získané hodnoty.

Tipy k měření

- Těleso vhodné k měření by mělo být homogenní, aby bylo možné snadno určit polohu jeho těžiště a najít potřebný vztah pro výpočet momentu setrvačnosti. Můžete ho též vyrobit z kartonu či překližky.
- Myslete také na to, že se do tělesa musí vyvrtat (nebo v něm už musí být) otvor, nebo k němu připevnit očko, aby bylo možné těleso rozkývat kolem vodorovné osy.
- Výchylka při kývání by neměla přesahovat 5° .
- Pokud použijete přídatné tělísko dostatečně malých rozměrů, lze jeho moment setrvačnosti I_p i zanedbat.