
Skupenské teplo tání ledu

Zadání

1. Určete tepelnou kapacitu kalorimetru a její nejistotu.
2. Určete měrné skupenské teplo tání ledu včetně jeho nejistoty.

Teoretický rozbor:

Tepelná kapacita kalorimetru

Omezíme pozornost na směšovací kalorimetr tvořený tepelně izolující nádobou, do které se nalévají kapalné látky, po případě se do kapaliny vkládají pevná tělesa. Nejdříve do směšovacího kalorimetru nalijeme známé množství kapaliny m_1 a změříme její teplotu t_1 . Přidáme-li do kalorimetru další látku s hmotností m_2 teploty t_2 , bude se teplota obou látek v kalorimetru vyrovnávat až na výslednou teplotu t . Jako druhou látku můžeme použít buď kapalinu nebo předmět z pevné nerozpustné látky. Důležitým předpokladem je, že obě látky v kalorimetru jsou v tepelném kontaktu, ale chemicky spolu nereagují.

Pro jednoduchost předpokládejme, že tepelné ztráty z kalorimetru do okolí jsou zanedbatelně malé a nemají proto vliv na předávání tepla uvnitř kalorimetru. Nelze však zanedbat teplo, které je předávané z měřené látky smáčeným stěnám kalorimetrické nádoby a ponořené části míchačky i teploměru. Velikost tohoto tepla závisí na **tepelné kapacitě** smáčené části kalorimetru a vložených měřidel či míchadel. Jednotkou tepelné kapacity K je $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$.

V experimentu nezáleží na tom, má-li první kapalina vyšší teplotu než látka umístěná do kalorimetru jako druhá, avšak pořadí má vliv na umístění tepla předaného kalorimetrické nádobě při sestavování kalorimetrické rovnice, která vyjadřuje tepelnou bilanci měřeného systému (dle zákona zachování energie).

V následujícím příkladu budeme v kalorimetru směšovat teplejší a chladnější vodu. Předpokládejme, že do kalorimetru dáme nejprve chladnější vodu o hmotnosti m_1 a její teplotu t_1 změříme až po vyrovnání teplot smáčených stěn kalorimetru a vody. Poté přidáme teplejší vodu (m_2, t_2) a po promíchání změříme výslednou teplotu t . Kalorimetrická rovnice pak bude mít tvar

$$(m_1 c_v + K)(t - t_1) = m_2 c_v (t_2 - t), \quad (1)$$

kde c_v je **měrná tepelná kapacita** vody ($c_v = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Levá strana rovnice vyjadřuje teplo přijaté chladnější vodou a kalorimetrem a pravá určuje teplo odevzdané teplejší vodou při tepelné výměně.

Z rovnice (1) odvodíme vztah pro experimentální určení tepelné kapacity kalorimetru

$$K = m_2 c_v \frac{t_2 - t}{t - t_1} - m_1 c_v = c_v (m_2 \frac{t_2 - t}{t - t_1} - m_1). \quad (2)$$

Její nejistotu ΔK vypočteme ze vztahu

$$\Delta K = c_v \sqrt{[\Delta m_1]^2 + \left[\frac{t_2 - t}{t - t_1} \Delta m_2 \right]^2 + \left[\frac{m_2 \Delta t_2}{t - t_1} \right]^2 + \left[m_2 \frac{t_1 - t_2}{(t - t_1)^2} \Delta t \right]^2 + \left[m_2 \frac{t_2 - t}{(t - t_1)^2} \Delta t_1 \right]^2}.$$

Členy obsahující nejistoty hmotností vody ($\Delta m_1, \Delta m_2$) jsou zpravidla zanedbatelné, neboť jsou o řád menší než členy s nejistotami teploty. Potom lze ΔK vyjádřit jednodušším vztahem

$$\Delta K \doteq \frac{c_v m_2}{(t - t_1)^2} \sqrt{[(t - t_1) \Delta t_2]^2 + [(t_1 - t_2) \Delta t]^2 + [(t_2 - t) \Delta t_1]^2}. \quad (3)$$

Měrné skupenské teplo tání ledu

Měrné skupenské teplo tání L (jednotkou je $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$) je teplo potřebné k proměně látky (jednotkové hmotnosti) z pevného skupenství ve skupenství kapalné (beze změny teploty). Led, který se právě rozpouští má teplotu 0°C . Přidáme-li led hmotnosti M do vody, která v kalorimetru zůstala po předchozím měření tepelné kapacity kalorimetru, má odpovídající kalorimetrická rovnice tvar

$$[(m_1 + m_2)c_v + K](t_p - t_k) = ML + Mc_v(t_k - 0). \quad (4)$$

Zde t_p je počáteční teplota (při návaznosti měření to může být teplota t z předchozího měření) a t_k je konečná teplota vody po úplném roztání ledu v kalorimetru. Levá strana rovnice (4) tentokrát představuje teplo, odevzdané vodou (a kalorimetrem) přidanému ledu, první člen na pravé straně vyjadřuje teplo přijaté ledem na změnu jeho skupenství a druhý člen představuje teplo potřebné na ohřátí vody vzniklé roztáním ledu. Měrné skupenské teplo tání ledu pak určíme z rovnice (4) jako

$$L = \frac{(m_1 + m_2)c_v + K}{M}(t_p - t_k) - c_v(t_k - 0). \quad (5)$$

Hmotnost M je hmotnost neroztalého ledu. Proto led vážíme na savém papíře a před přesunutím ledu do kalorimetru jej osušíme tímto papírem a zvážíme ho, abychom věděli co máme odečíst z předešlého vážení.

Nejistota ΔL měrného skupenského tepla tání ledu je ovlivněna nejistotami šesti veličin (považujeme-li měrnou tepelnou kapacitu vody za dostatečně přesnou). Výsledný vztah pro nejistotu měrného skupenského tepla tání ledu určíme z následujících šesti vztahů:

$$\Delta_{t_p} L = \frac{(m_1 + m_2)c_v + K}{M} \Delta t_p, \quad (6)$$

$$\Delta_{t_k} L = \frac{(m_1 + m_2 + M)c_v + K}{M} \Delta t_k, \quad (7)$$

$$\Delta_M L = \frac{(m_1 + m_2)c_v + K}{M^2} (t_p - t_k) \Delta M, \quad (8)$$

$$\Delta_{m_1} L = \frac{c_v}{M} (t_p - t_k) \Delta m_1, \quad (9)$$

$$\Delta_{m_2} L = \frac{c_v}{M} (t_p - t_k) \Delta m_2, \quad (10)$$

$$\Delta_K L = \frac{1}{M} (t_p - t_k) \Delta K. \quad (11)$$

Každý z nich vyhodnotíme samostatně a zjistíme tak, která veličina svou nejistotou nejvíce přispívá k nejistotě ΔL (a nejistoty kterých veličin mají na výslednou ΔL zanedbatelný vliv, takže je nemusíme vzhledem k zaokrouhlování výsledné nejistoty do výpočtů zahrnout).

Výsledná nejistota měrného skupenského tepla tání ledu je přibližně dána vztahem

$$\Delta L = \sqrt{(\Delta_{t_p} L)^2 + (\Delta_{t_k} L)^2 + (\Delta_M L)^2 + (\Delta_{m_1} L)^2 + (\Delta_{m_2} L)^2 + (\Delta_K L)^2}. \quad (12)$$

Vypočítanou hodnotu $L \pm \Delta L$ pak porovnáme s tabulkovou hodnotou ($L = 3,3 \cdot 10^5 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$).