
Vazkost kapalin

Zadání

1. Stanovte dynamickou viskozitu zadané kapaliny a její nejistotu.
2. Stanovte kinematickou viskozitu zadané kapaliny a její nejistotu.

Teoretický rozbor:

Viskozita (neboli vazkost) je jednou ze základních charakteristik kapaliny. Je mírou jejího vnitřního tření při laminárním proudění. Rozhoduje především o tvaru proudového pole, o silách, kterými kapalina působí na stěny a též o přestupu tepla v kapalině. V praxi rozlišujeme dynamickou a kinematickou viskozitu. Dynamická viskozita je součinitel úměrnosti mezi smykovým napětím v tekutině a gradientem rychlosti v tekutiny ve směru kolmém k ploše, na níž napětí sledujeme. Pro jednoduchost si představme, že kapalina proudí ve směru osy x a velikost její rychlosti závisí jen na souřadnici y . Pak smykové napětí τ , působící v tekutině na plochu kolmou k ose y splňuje vztah

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}. \quad (1)$$

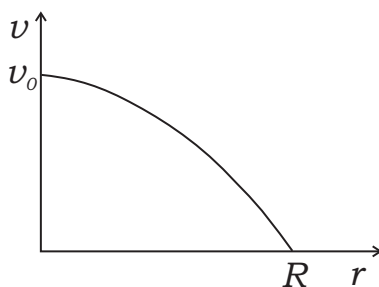
Součinitel η je právě zmíněná dynamická viskozita tekutiny. Její jednotka je Pa·s ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$). Kinematická viskozita ν je definována jako poměr dynamické viskozity η a hustoty tekutiny ρ , tedy

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}. \quad (2)$$

Jednotka kinematické viskozity je $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Abychom odvodili vztah pro měření viskozity, zaměříme se na proudění kapaliny úzkou válcovou trubicí o poloměru R . Proudění nechť je podle předpokladu laminární. Pak rozložení rychlosti v v průřezu závisí na vzdálenosti r vrstvy kapaliny od osy trubice Poiseuilleovým zákonem

$$v = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (3)$$

Zde je v_0 rychlost kapaliny v ose trubice. Rozložení rychlostí v průřezu znázorňuje obr. 1. Osová rychlost

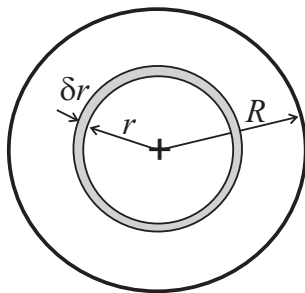


Obrázek 1: Rozložení rychlostí kapaliny v průřezu trubice

kapaliny v_0 je úměrná tlakovému spádu podél trubice a souvisí s ním vztahem

$$v_0 = \frac{1}{4\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}, \quad (4)$$

kde p je tlak v kapalině a l délka potrubí. Vypočteme objem kapaliny V , který proteče průřezem trubice



Obrázek 2: Průřez trubicí protékanou kapalinou

za dobu t . Zvolíme v průřezu mezikruží o poloměru r a šířce dr , jak ukazuje obr.(2). Jím projde za dobu t objem tekutiny dV , kde

$$dV = 2\pi r dr s. \quad (5)$$

Zde je $s = vt$ dráha, kterou kapalina urazí v daném místě průřezu za dobu t . Do výrazu pro element objemu dosadíme nejprve za proběhlou dráhu s z poslední rovnice, pak za rychlost v z (3) a současně za v_0 z (4). Integrací přes celý průřez trubice dostaneme celkový průtočný objem V , kde

$$V = \int_0^R 2\pi r v t dr = \frac{1}{8\eta} \pi R^2 \frac{\Delta p}{\Delta l} t. \quad (6)$$

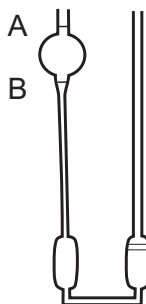
Vidíme, že objem kapaliny, který prošel průřezem trubice, je přímo úměrný době výtoku. Této skutečnosti využíváme právě k měření viskozity tekutiny. Kapalina vytéká pod vlivem hydrostatického tlaku. Je-li výtoková trubice svislá, je gradient tlaku, který v rovnici (6) vystupuje, roven

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = \rho g. \quad (7)$$

kde ρ je hustota kapaliny a g tíhové zrychlení. Dosazením odtud do (6) vidíme, že objem vyteklé kapaliny je vázán s dobou výtoku vztahem

$$V = \frac{1}{8\eta} \pi R^2 \rho g t. \quad (8)$$

Měření viskozity se provádí relativní metodou. Relativní metoda nedovede stanovit hodnotu hledané veličiny pouze měřením jí samotné. Udává vždy jenom kolikrát je hledaná veličina větší než určité známé množství veličiny téhož druhu. K měření viskozity použijeme Ostwaldova viskozimetru. Ostwaldův viskozimetr je tvořen nádobkou přesně definovaného objemu, která přechází v kapiláru dostatečně malého průřezu, aby proudění v ní bylo laminární. Znázorňuje jej obr. 3. Do viskozimetru nalijeme přesně od-



Obrázek 3: Ostwaldův viskozimetr

měřené množství kapaliny o známé viskozitě η_1 a známé hustotě ρ_1 a změříme dobu t_1 , za kterou kapalina z objemu nádobky, který je přesně vymezen ryskami A a B vyteče. Pak provedeme totéž měření s přesně stejným množstvím kapaliny o neznámé viskozitě η_2 , avšak známé hustotě ρ_2 a opět změříme dobu výtoku, která bude nyní t_2 . Protože v obou případech se jednalo o výtok stejného objemu tekutiny, objemu

mezi ryskami A a B, musí být

$$V_1 = V_2. \quad (9)$$

Jestliže sem dosadíme z (8) pro obě kapaliny a zkrátíme společné konstanty, dojdeme k podmínce

$$\frac{\varrho_1}{\eta_1} t_1 = \frac{\varrho_2}{\eta_2} t_2. \quad (10)$$

Odtud plyne vztah pro dynamickou viskozitu neznámé kapaliny

$$\eta_2 = \eta_1 \frac{\varrho_2 t_2}{\varrho_1 t_1}. \quad (11)$$

Pro kinematickou viskozitu plyne z poslední rovnice a definice kinematické viskozity (2) jednoduchý vztah

$$\nu_2 = \nu_1 \frac{t_2}{t_1}. \quad (12)$$

Pro nejistotu viskozity η_2 odvodíme z (11) pomocí vzorce pro nejistotu vypočtené veličiny výraz

$$\Delta\eta_2 = \eta_2 \sqrt{\left(\frac{\Delta\eta_1}{\eta_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\varrho_1}{\varrho_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\varrho_2}{\varrho_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_1}{t_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_2}{t_2}\right)^2}. \quad (13)$$

Hodnoty t_1 a t_2 i jejich nejistoty Δt_1 a Δt_2 najdeme statistickým zpracováním opakovaných měření těchto veličin. Nejistoty veličin η_1 , ϱ_1 a ϱ_2 najdeme jako nejistoty tabulkových hodnot. Obdobně pro nejistotu kinematické viskozity platí

$$\Delta\nu_2 = \nu_2 \sqrt{\left(\frac{\Delta\nu_1}{\nu_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_1}{t_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_2}{t_2}\right)^2}. \quad (14)$$

Pro zjištění nejistot dob výtoku užijeme výše popsaného způsobu. Nejistota kinematické viskozity je opět nejistota tabulkové hodnoty.

Provedení experimentu:

- Byretou nalijeme přesně odměřené množství neznámé kapaliny do viskozimetru. Balónkem nasajeme kapalinu do horní nádoby viskozimetru. Balónek odstraníme nebo uvolníme a tekutinu necháme volně vytékat. Měříme při tom dobu výtoku mezi ryskami A a B. Měření opakujeme tolikrát, abychom mohli stanovit nejistotu doby výtoku s dostatečnou přesností.
- Viskozimetr dobře propláchneme vodou a dobře jej vysušíme. Případně jej propláchneme kapalinou, kterou hodláme právě měřit. Po propláchnutí ji vylijeme a k vlastnímu měření použijeme příslušné množství nové, nepoužité, kapaliny.
- S novou tekutinou provedeme měření podle prvního bodu.
- Stanovíme dynamickou i kinematickou viskozitu kapaliny i jejich nejistoty dle vztahů (11-14).